

CODES DE HANNING

I] Définition:

$$V = \{0, 1\}$$

$$m \in \mathbb{N}^*$$

Soit H la matrice

$$\begin{array}{c} \updownarrow m \end{array}
 \begin{array}{c} \leftarrow 2^m - 1 \rightarrow \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & 0 & \\ 1 & 0 & 1 & \end{array} \right) (\dots) \end{array}$$

où la j -ème colonne correspond à j en binaire

Le code de Hamming de paramètre m est le code linéaire qui a H pour matrice de contrôle.

↳ code linéaire de paramètres $(2^m - 1, 2^m - m - 1)$
donc m bits de contrôle.

↳ code de Hamming est 1-correcteur parfait.

↳ pour un code linéaire, $G \cdot H^T = 0$ par définition. (écrite $\forall Y, HY = 0 \dots$)

THM: Soit H la matrice de contrôle de C . $\mathcal{S}(C)$ est caractérisée par :

- une famille de $(\mathcal{S}(C) - 1)$ colonnes de H est toujours libre
- pas vrai pour $\mathcal{S}(C)$

II] Correction d'erreurs:

↳ voir "Codes correcteurs" → "codes linéaires"

III] Exemple $m = 2$:

$$G \cdot H^T = 0 \Leftrightarrow G \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow (C_1, C_2, C_3) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

car 1 bit d'info $(2^2 - 2 - 1)$. Or $G \neq 0$ donc $C_1 = C_2 = C_3 = 1$

et $G = (1 \ 1 \ 1) \rightarrow$ double redondance.